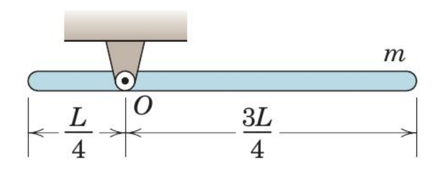


Universidad Central del Ecuador
Facultad de Ingeniería, Ciencias Físicas y Matemática
Carrera de Ingeniería Civil
Física I
Prueba Parcial 4 (Corrección)
Paralelo 2
Docente: Dr. Raúl Eduardo Puebla.
26 de enero de 2016

Nombre:

Instrucciones
La duración de la prueba es de 2 horas. Consta de 4 ejercicios. Todos los ejercicios deben ser resueltos en estas hojas. Todas las respuestas deben ser escritas con esferográfico.

1) (**5 puntos**) Una barra delgada de masa m y longitud L se suelta desde el reposo desde la posición mostrada en la figura. Determine su aceleración angular en ese instante.



La ecuación del movimiento de rotación del sistema es:
$\sum \tau = I\alpha$
Torque del peso es: $\tau = mg(L/4)$
$mg(L/4) = I\alpha$
En el caso del momento de inercia I:

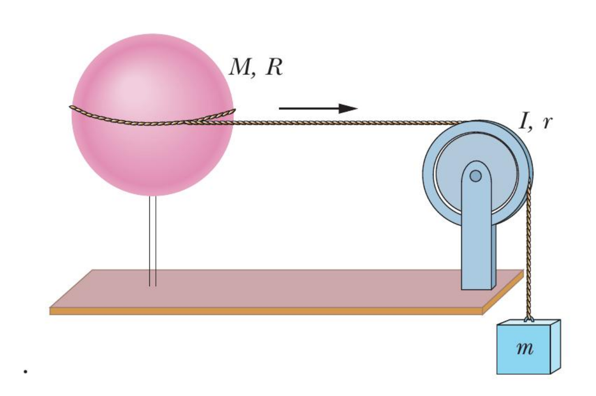
$I = I_1 + I_2 = \frac{1}{3}\frac{m}{4}\left(\frac{L}{4}\right)^2 + \frac{1}{3}\frac{3m}{4}\left(\frac{3L}{4}\right)^2$
$I = I_1 + I_2 = mL^2\left(\frac{1}{12 \cdot 16} + \frac{9}{4 \cdot 16}\right)$
$I = I_1 + I_2 = \frac{28}{12 \cdot 16}mL^2 = \frac{7}{48}mL^2$

Por lo tanto:

$mg(L/4) = \frac{7}{48}mL^2\alpha$

$\alpha = \frac{12}{7}\frac{g}{L}$

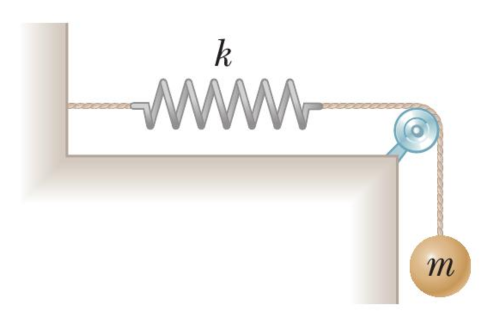
2) (**5 puntos**) Una esfera hueca de masa $M = 4.5$ kg y un radio $R = 8.5$ cm puede rotar alrededor del eje vertical que pasa por su centro. Una cuerda pasa al rededor del ecuador de la esfera y de una polea con un momento de inercia $I = 3.0 \times 10^{-3}$ kg m^2 y un radio $r = 5.0$ cm, y está conectada a un bloque de masa $m = 0.6$ kg. ¿Cuál es la velocidad del bloque después que este ha bajado 82 cm después de haber sido suelto desde el reposo?



.

Conservación de la energía:
$mgh = \frac{1}{2}I_e\omega_e^2 + \frac{1}{2}I_p\omega_p^2 + \frac{1}{2}mv^2$
$\omega_p = v/r$
$\omega_e = v/R$
$mgh = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}MR^2\right)\frac{v^2}{R^2} + \frac{1}{2}I_p\frac{v^2}{r^2} + \frac{1}{2}mv^2$
$v^2\left(\frac{1}{2}m + \frac{1}{3}M + \frac{1}{2}I_p\frac{1}{r^2}\right) = mgh$
$v^2 = \frac{mgh}{\frac{1}{2}m+\frac{1}{3}M+\frac{1}{2}I_p\frac{1}{r^2}}$
$v^2 = \frac{(0.6)(9.8)(0.82)}{(0.5)(0.6)+(0.333)(4.5)+(0.5)(3.0\times10^{-3})(20)^2}$
$v^2 = 2.0$
$v = 1.41$ m/s.

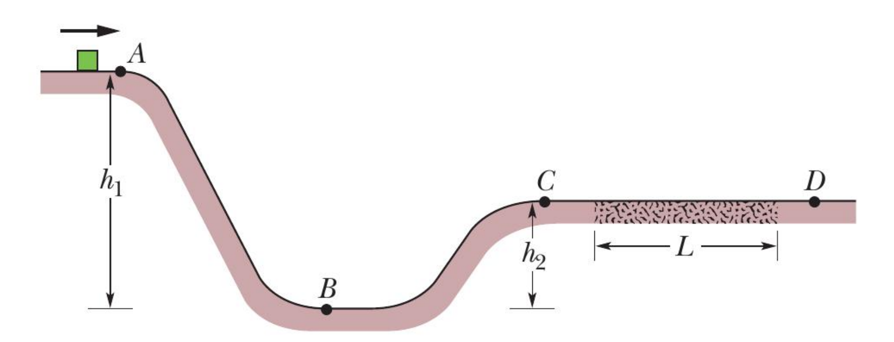
3) (**4 puntos**) Una esfera de 3.2 kilogramos está suspendida por una cuerda que pasa por una polea de 1.8 kg. y de 3.8 cm de radio. La cuerda está sujeta a un resorte con una constante de restitución $k = 86$ N/m. (a) Si la esfera se suelta desde el reposo con el resorte no deformado, cuál es la distancia que la esfera desciende antes de detenerse? (b) Encuentre la velcidad de la esfera después que ella ha bajado 25 cm.



a)
La conservación de la energía:
$E_1 = E_2$
$mgh = \frac{1}{2}kx^2$
$h = x$
$mgh = \frac{1}{2}kh^2$
$h = 2mg/k = (2)(3.2)(9.8)/86 = 0.729$ m.

b)
$E_1 = E_2$
$mgh = \frac{1}{2}kh^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$
$h = 0.25$ m.
$\omega = v/r$
$I = \frac{1}{2}Mr^2$
$mgh = \frac{1}{2}kh^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{4}Mv^2$
$(\frac{m}{2} + \frac{M}{4})v^2 = mgh - \frac{1}{2}kh^2$
$v^2 = \frac{mgh - \frac{1}{2}kh^2}{\frac{m}{2} + \frac{M}{4}}$
$v^2 = \frac{4mgh - 2kh^2}{2m + M}$
$v^2 = \frac{(4)(3.2)(9.8)(0.25) - (2)(86)(0.25^2)}{(2)(3.2) + 1.8}$
$v^2 = 2.51$
$v = 1.58$ m/s.

4) (**6 puntos**) En la figura, un pequeño bloque es lanzado desde el punto A con una velocidad de 7 m/s. Todo su camino es sin fricción hasta que alcanza la sección de longitud $L = 12$ m, donde el coeficiente cinético de fricción $\mu_K = 0.7$. Las alturas indicadas son: $h_1 = 6.0$ m y $h_2 = 2.0$ m. a) ¿Cuál es la velocidad del bloque en el punto B? b) ¿Cuál es la velocidad del bloque en el punto C? c) ¿Alcanza el bloque el punto D?, si lo alcanza, ¿Cuál es la velocidad en el punto D?



a)
$E_A = E_B$
$mgh_1 + \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2$
$gh_1 + \frac{1}{2}v_A^2 = \frac{1}{2}v_B^2$
$v_B = \sqrt{2gh_1 + v_A^2} = \sqrt{(2)(9.8)(6) + (7)^2}$
$v_B = \sqrt{(2)(9.8)(6) + (7)^2} = 12.9$ m/s

b)
$E_A = E_C$
$mgh_1 + \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_2$
$g(h_1 - h_2)g + \frac{1}{2}v_A^2 = \frac{1}{2}v_C^2$
$v_C = \sqrt{2g(h_1 - h_2) + v_A^2} = \sqrt{(2)(9.8)(4) + (7)^2}$
$v_C = \sqrt{(2)(9.8)(4) + (7)^2} = 11.3$ m/s

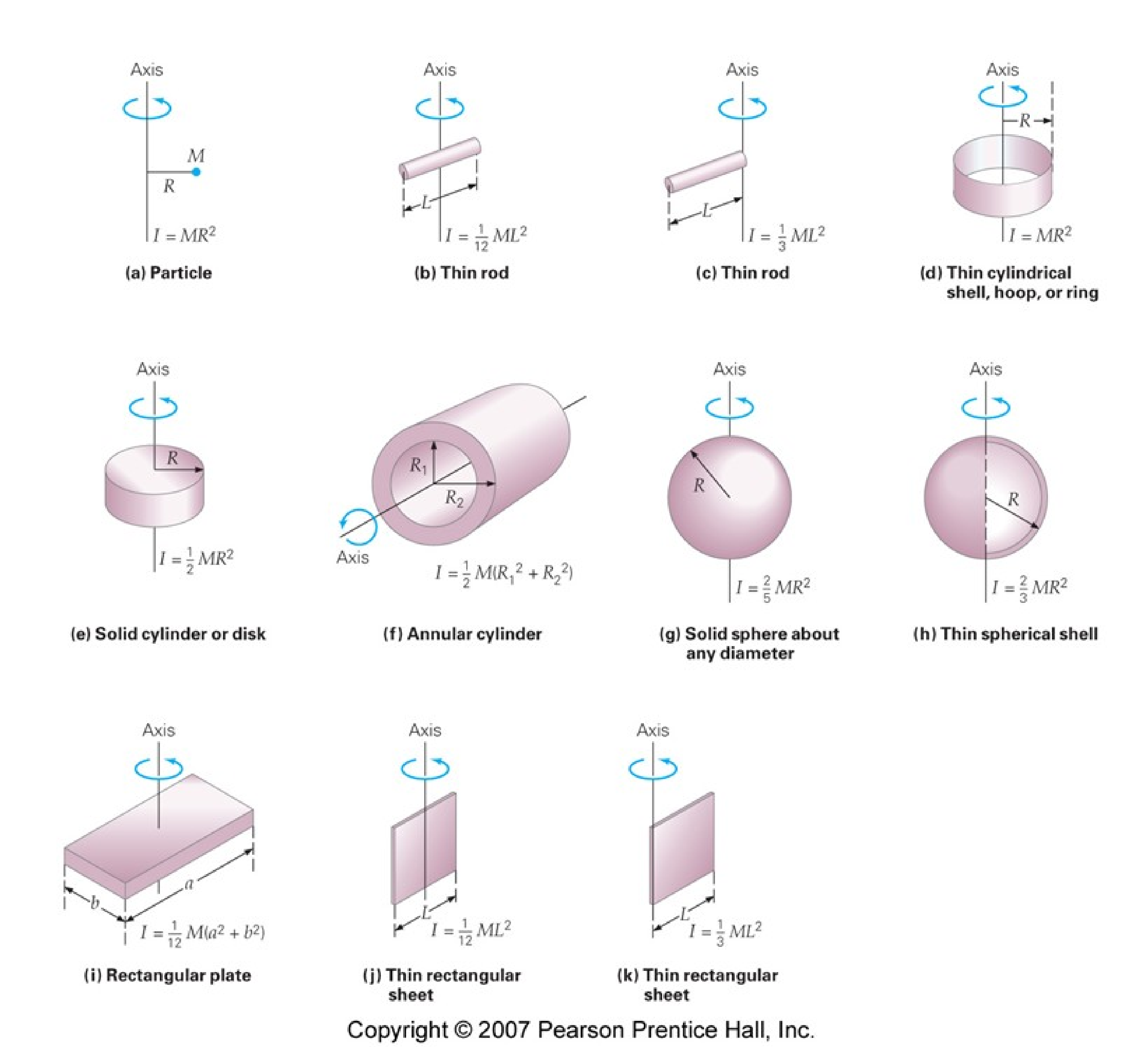
c)
$W_{fr} = \Delta E_C$
$-\mu mg\Delta x = \frac{1}{2}mv_x^2 - \frac{1}{2}mv_C^2$

la distancia Δx corresponde a la distancia a la que se detiene debido a la fricción si $v_x = 0$. Si esta distancia es mayor que L el cuerpo puede llegar a D, de lo contrario se detendrá antes de llegar a D.

$-\mu mg\Delta x = -\frac{1}{2}mv_C^2$
$\Delta x = \frac{v_C^2}{2\mu g} = \frac{(11.2)^2}{2(0.7)(0.8)} = 9.14$ m.

Ya que Δx es menor que L, el cuerpo no alcanza el punto D.

Fórmulas útiles:



Producto Cruz:

$\boldsymbol{i} \times \boldsymbol{j} = \boldsymbol{k}$
$\boldsymbol{j} \times \boldsymbol{k} = \boldsymbol{i}$
$\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{i} = \boldsymbol{j}$
$\boldsymbol{j} \times \boldsymbol{i} = -\boldsymbol{k}$
$\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{j} = -\boldsymbol{i}$
$\boldsymbol{i} \times \boldsymbol{k} = -\boldsymbol{j}$